



AZ ALSÓ TAGOZATOS TANULÓK (NEM) RUGALMAS STRATÉGIAHASZNÁLATÁNAK KÖVETÉSE SZEMMOZGÁS- VIZSGÁLATTAL MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSA SORÁN

Turzó-Sovák Nikolett^{1,3}, Biró Fanni^{2,3}, Csíkos Csaba^{2,3}

¹ Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar

² Szeged Tudományegyetem Neveléstudományi Intézet

³ MTA-SZE Metakogníció Kutatócsoport

Elméleti áttekintés

A matematikai szöveges feladatok az oktatásban

A matematikai ismeretek megszerzésének célja (OECD, 2004), hogy a tanuló képes legyen azonosítani és megérteni a matematika szerepét a világban. Ez segíti az egyént a jól megalapozott döntéshozatalban. A matematikai műveltség részeként a tanulók az egyéni szükségleteiknek megfelelően alkalmazzák a matematikai ismereteiket.

A matematika tanítása során alkalmazott matematikai szöveges feladatok az oktatási folyamatban komplex célt töltenek be. Egyrészt lehetőséget teremtenek arra, hogy az elsajátított matematikai ismereteket valós kontextusban gyakorolják (De Corte et al., 2000). Másrészt fejlesztik a számtani készségeket, és megoldásuk során a tanulók problémamegoldó algoritmust állítanak fel (Csíkos & Szitányi, 2020). A szöveges feladatok alkalmasak arra, hogy fejlesszék a tanulói önmagyarázat (self-explanation) képességét (Fonseca & Chi, 2011). A matematikai szöveges feladatok komplexitását a szövegbe ágyazott probléma megértése és matematikai nyelvre való transzformálása adja (Pintér, 2021). Egyes szöveges feladatok természetüket tekintve lehetnek realizisztikusak, abban az értelemben, hogy azok megoldásához felhasználjuk a világról való tudásunkat, ismeretünket (Verschaffel et al., 1994).

A sikeres matematikai szövegesfeladat-megoldás összetett tevékenység, melyhez különböző képességekre van szükség. A feladatok megoldásához a tanulóknak elsőként az olvasott szöveget kell megfelelően értelmezni, majd a szükséges adatokat kiválasztani, a megfelelő matematikai összefüggéseket a matematika nyelvén megjeleníteni, valamint modellezni a problémát. Ezt követi csak a matematikai számolás és a kapott eredmények értelmezése (Boonen et al., 2016; De Corte et al., 2000).

Ehhez nemcsak tartalmi tudásra, hanem stratégiai gondolkodásra és metakognitív képességekre is szükség van (Csíkos, 2022). Míg egy egyszerű, tanpélda (Szendrei, 2005) jellegű feladat megoldása során elegendő lehet a matematikai műveletekkel kapcsolatos előzetes ismeretek és számolási készségek aktiválása, addig egy összetett szöveges feladat megoldásánál már nagyobb szerepet kap a tervezés, az önellenőrzés, az önkorrekciónak és a problémareprezentálás.

Szövegesfeladat-megoldás az alsó tagozaton

A matematikai szöveges feladatok megoldásához a tanulóknak valamilyen megoldási algoritmusra van szükségük. A szövegesfeladat-megoldási algoritmusok az alsó tagozat korai szakaszában alakulnak ki (Csikos & Sztányi, 2020), melyek harmadik osztályra gyakran mezev megoldási lépéssorrá nőnek ki magukat (Verschaffel et al., 2000). Hazánkban a szöveges feladatok megoldásának legismertebb és legelterjedtebb megoldási algoritmus Pólya György (1957) munkájából eredeztethető. Az eredetileg négy lépésből álló algoritmus – (1) a feladat megértése, (2) tervkészítés, (3) a terv végrehajtása, (4) a megoldás vizsgálata – ma gyakran öt lépésben – (1) releváns adatok gyűjtése a szöveges feladatból, (2) megoldási terv készítése, (3) számítás, eredmények ellenőrzése, (5) szöveges válasz – jelenik meg a tanítói módszertani képzésben, a tankönyvekben és a matematika tanórákon (Bereczki et al., 2024).

Azonban a szigorú algoritmuskövetés nem megfelelő minden diák számára, hiszen a gyengébb tanulóknak más módszerekre van szükségük ahhoz, hogy sikeresek legyenek a feladatmegoldásban (Wright, 2021). Emellett a magas matematikai tudásszinttel rendelkező tanulók már sokszor a feladat elolvasása során megoldják a feladatot (Csikos & Sztányi, 2020). A feladatok minősége is befolyásolja, hogy szükség van-e a Pólya-féle négy vagy öt lépéses megoldási algoritmus követésére, hiszen vannak olyan egyszerű feladatok, melyek nem igénylik minden lépés végrehajtását (Csikos, 2022). A nemzetközi szakirodalomban is találunk megoldási modelleket. De Corte et al. (2000) szerint a sikeres megoldási algoritmus több fázisra bontható. Az első fázis a szöveg megértése és a megoldáshoz szükséges helyzetmodell kialakítása, ahol elsőként (1) a szöveg elolvasása történik, amit a (2) szövegben olvasott probléma megértése és a (3) leírt probléma ábrázolása követ. A második fázisban a probléma matematikai nyelvre történő transzformálása történik. Ebben a fázisban (4) a nyelvi és numerikus elemek és (5) a köztük levő kapcsolatok azonosítása történik, amit (6) matematikai egyenlettel írunk fel. Az utolsó fázis során (7) a korábban felírt egyenlet kiszámítása, (8) az eredmény értelmezése és (9) értékelése történik (Boonen et al., 2016; Verschaffel et al., 2000). A sokféle szövegesfeladat-megoldó modelltől (ld. még Csikos, 2003) a matematikadidaktikai és a kora gyermekkori fejlesztésre összpontosító kutatások közös erőfeszítéssel tudnak az oktatási gyakorlatot segítő feladatokat és módszereket alkotni.

Hegarty et al. (1995) feladatmegoldási modellje túllép a szekvenciális folyamatábrázoláson, hiszen ciklusok és elágazások jelennek meg benne. A modellben azt vázolják fel, hogy a tanuló a feladat elolvasása után szemantikai hálózatot hoz létre, majd vagy kulcsszavas kereséssel halad tovább a megoldás felé, vagy a megértett problémából modellt alkot. Ekkor, ha elakadás van a folyamatban, visszaléphet a szöveg újraolvasásához, és felülírhatja a korábbi eredményeit. Hegarty et al. hangsúlyozzák, hogy a problémamegoldás sikeressége függ a metakognitív tényezőktől, mint önellenőrzés, önmonitorozás és önkorrekcio. Kutatásunkban ezen metakognitív tényezők jelenlétét és rugalmas használatát vizsgáljuk.

Ábrák a szöveges matematikai feladatokban

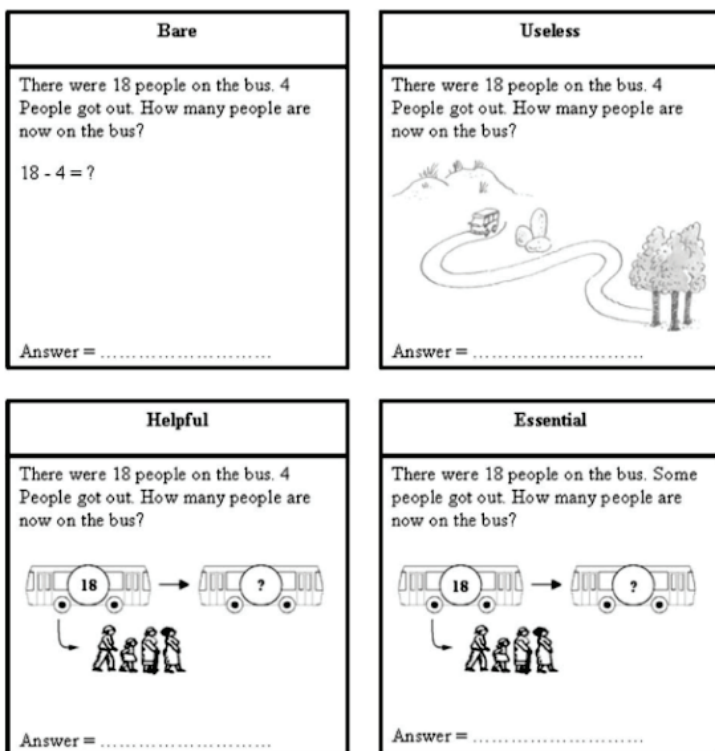
Korábbi kutatások arra mutatnak rá, hogy a tanulók számára egy szöveges feladat megoldásában nem elsősorban a számolás okoz problémát, hanem a szövegben található probléma pontos megértése, az összefüggések felismerése és a probléma matematikai nyelven való helyes ábrázolása (Boonen et al., 2016; Kelemen, 2010). A szöveges feladatok megértését vizuális elemek segíthetik (Csikos et al., 2010). Ezek a vizuális elemek különböző szempontok szerint több kategóriába sorolhatók. A vizuális reprezentációk lehetnek sematikus, a problémák összefüggéseit megjelenítő és piktoriális, vagyis figuratív, rajzos ábrák. Levie és Lentz

(1982) négy kategóriába sorolja az ábrákat: *figyelmi*, *affektív*, *kognitív és kompenzációs*. Az első esetben az ábrán keresztül keltik fel a figyelmét a tanulónak. Az affektív típusba sorolt ábrák az érzelmekre hatnak, a kognitív kategóriába tartozó ábrák a megkönnyítik a szöveg megértését, míg az utolsó kategória képei a gyengébben teljesítő tanulók esetében jelentenek kompenzációs lehetőséget.

A kutatásunkban használt terminus kidolgozói Berends és van Lieshout (2009). Az általuk meghatározott tipizálás (ld. 1. ábra) első kategóriájába azok a rajzok tartoznak, amelyek *sivárak* vagy *csupaszak* (bare). Kutatásuk eredménye azt mutatta, hogy a diákok az ilyen típusú feladatokat oldották meg a leggyorsabban. A második kategória a *haszontalan* (useless) típusú vizuális reprezentációkat öleli fel, melyek nem tartalmaznak a probléma megértését és megoldását segítő tartalmat, hanem inkább illusztratív, dekoratív jellegűek. A harmadik kategóriát *segítő* (helpful) ábrák alkotják, melyek segítik a tanulókat a probléma megoldásában azáltal, hogy a szövegben leírt problémahelyzetet vizuálisan is reprezentálják, ezzel elősegítve a tanuló problémareprezentációját. A negyedik, *esszenciális* (essential) típusú vizuális reprezentációk olyan matematikai szöveges feladatokhoz tartoznak, amelyek szövege nem tartalmaz minden, a probléma megoldásához a szükséges információt, így a hiányzó adato(ka)t a tanulóknak a képről kell leolvasniuk. Az 1. ábrán szereplő segítő és esszenciális rajzok esetében tehát a vizuális reprezentációk azonosak, az eltérés abban áll, hogy a szöveg tartalmazza-e az összes szükséges adatot. Berends és van Lieshout (2009) tanulmányukban rámutatnak arra, hogy az esszenciális vizuális reprezentációt tartalmazó feladatok megoldása okozta a legnagyobb nehézséget a tanulóknak.

1. ábra

A vizuális reprezentációk fajtái (Berends & van Lieshout, 2009, p. 347)



A tankönyvekben megjelenő illusztrációk egyik célja az, hogy segítsék a tanulókat a tananyag megértésében, valamint a problémák megoldásában (Maródi, 2013), ám a matematikai szöveges feladatok tanításakor célszerűnek látszik a Berends és van Lieshout által kimutatott funkcionális különbségekre is figyelemmel lenni.

Szemmozgáskövető vizsgálat digitális szöveg olvasásakor

A szemmozgásvizsgálattal végzett pedagógiai kutatások az 1990-es évek végétől jelentek meg hazánkban (Steklács, 2019). A vizsgálatok általános célja megfigyelni a tanulók vizuális információfeldolgozásának folyamatát (Bóna & Steklács, 2020). A szemmozgásokat három alapvető csoportra bontjuk: szakkád, fixáció, regresszió (Rayner et al., 2006; Steklács, 2019). A szakkádok az olvasás során központok közti váltáshoz szükséges ugrásai a szemnek. A fixációk azokat a pillanatokat jelentik, amikor az információ feldolgozása során a szem mozgása megáll. A fixáció időtartama az információ feldolgozása során változó lehet. Átlagosan 250-500 ezredmásodperc, de léteznek ennél jóval hosszabb fixációink is (Bóna & Steklács, 2020). Regresszió akkor történik, amikor az olvasó nehezen értelmezhető szóval, szöveggel találkozunk. Ekkor a szem olyan szakkadikus mozgást végez, melynek során visszafele ugrik a szövegben (Rayner et al., 2006).

Kutatások azt bizonyítják, hogy a diákok az digitális szövegekben való információkeresés során elsősorban a verbális, nem pedig a vizuális elemekre koncentrálnak (Gonda & Steklács, 2019). A szemmozgásvizsgálat szempontjából a digitális szöveg feldolgozása nem mutat lényegi különbséget a papír alapú szöveg feldolgozásától, hiszen a két felületen megjelenő szöveg megértéséhez ugyanazokra az alapvető készségekre van szükség (Hódi et al., 2015).

Kutatási kérdések

Az eddigi kutatások során megismertük, hogy a tanulók már korán alkalmaznak megoldási algoritmusokat a matematikai szöveges feladatok megoldása során (Csikos & Sztányi, 2020). Arra, hogy az algoritmusok kiválasztása mennyire rugalmas, még kevés alsó tagozatosok körében végzett kutatás mutat rá. Kutatásunk során a következő kérdésekre kerestünk a választ:

- (1) A szöveges matematikai feladatok esetében, különböző típusú válaszok esetén melyiket választják a diákok helyesnek?
- (2) Módosítják-e a választásukat a diákok? Milyen matematikai képességgel rendelkező diákok módosítják korábbi válaszaikat?
- (3) Használják-e a diákok a feladat részeként megjelenő segítő ábrát a szöveges feladat megoldásához?

A fenti kérdések alapján a következő hipotéziseket fogalmaztunk meg:

- H1: Két helyes matematikai válasz esetén a szöveggel leírt lehetőséget többen választják helyesnek, mint az algebrai módon bemutatott lehetőséget.
- H2: Az algoritmus részeként megjelenő szöveges válasz az alsó tagozatos tanulók szövegesfeladat-megoldó lépéseinek meghatározó tényezője, így befolyásolja a tanulók döntését a válasz helyességét illetően.
- H3: Az visszalépés nem mutat összefüggést a matematikai képességgel.
- H4: Az alsó tagozatos korosztály szereplői a szöveges matematikai feladatok megoldása során nem fordítanak figyelmet a feladathoz mellékelt ábrára.

Módszerek

Minta

A vizsgálat során a mintavételi eljárásunk kényelmi típusú volt. A vizsgálat egy, a budai agglomerációban található kisvárosi, állami intézményben zajlott. A kutatás két mérési alkalmat ölelt fel. A kutatás első fordulójában, 2022 tavaszán, 94 harmadik osztályos tanuló vett részt. Öt hónappal később, a következő tanév őszi félévében a második adatfelvétel során a korábban vizsgált 94 tanulóból 27-en vettek részt a szemmozgáskövető vizsgálaton, immár negyedik osztályosként. A felvételek technikai elemzése és adattisztítása után a 27 felvett szemmozgásvizsgálatból 21 elemezhető felvétel maradt. A tanulók az adatfelvétel mindkét időpontjában még a régi, 2012-es Nemzeti alaptanterv, illetve az ahhoz kapcsolódó, az Oktatási Hivatal által kiadott kerettanterv mentén tanultak.

Mérőeszközök

A vizsgálat keretében két mérőeszközt használtunk. Mindkét teszt rögzítése online környezetben történt, az eDia rendszeren keresztül (Csapó & Molnár, 2019). Az első mérés során egy 67 ítemes matematikaiképesség-vizsgáló tesztet alkalmaztunk. A mérőeszköz a harmadik osztályos matematika tanterv (110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet, 2012) fő témaköreit tartalmazta:

- (1) Műveleti fogalmak: a tanulóknak egy-egy szövegesen megfogalmazott műveletnek kellett a matematika nyelvén felírt párját megtalálni (összeg, különbség, valahányszoros, valahányad).
- (2) Számok helyi értékes alakja 1000-es számkörben: ezen itemeknél arra kértük a tanulókat, hogy a látható helyiérték összegalak formában felírt számokat párosítsák a számjegyekkel felírt megfelelőjükkel.
- (3) Alapműveletek: a tanulóknak 1000-es számkörben kellett összeadás, kivonás, szorzás és osztás műveleteket megoldani.
- (4) Műveleti sorrend: a tanulóknak 1000-es számkörben alapműveletekkel felírt számolási feladatokat kellett megoldani, figyelembe véve a helyes műveleti sorrendet.
- (5) Matematikai állítások: hiányos állítások helyes megoldását kellett négy számegyenesen jelölt lehetőség közül kiválasztaniuk a tanulóknak.
- (6) Szabályosság felismerése számsorban, és annak folytatása: az első esetben a szabályosság egy változóval volt meghatározható, míg a második esetben váltakozó, két művelettel felírható szabályra kellett ráismerniük a tanulóknak.
- (7) Geometriai ismeretek: az alapvető síkbeli alakzatok felismerése és azok csoportosítása volt a feladat.
- (8) Kombinatorika: négy számkártyából kellett megalkotni az összes kétjegyű számot úgy, hogy egy számjegyet egyszer lehetett felhasználni egy számban. A tanulóknak azt kellett a válaszukban megadni, hogy hány darab számot tudtak alkotni.

A teszt reliabilitásmutatója (Cronbach α) 0,93, ami azt mutatja, hogy a mérőeszközünk megbízható.

A matematikaiképesség-mérő tesztet további öt elemmel egészítettük ki, melyekkel vizsgáltuk a tanulók szövegesfeladat-megoldásának egyes aspektusait. Ebben az egységben a tanulóknak egy matematikai szöveges feladathoz kapcsolódó öt lehetséges megoldásról kellett egyesével, egymás után eldönteniük, hogy azok helyesek-e. A szöveges feladat szövege mind az öt esetben ugyanaz volt, kizárólag a megoldás helyessége és a válasz típusa változott. A szöveges feladat a következő volt: *Az iskolában sportnapot tartanak. A diákok három sportág*

közül választhattak: úszás, kosárlabda, sorverseny. Az iskola 240 tanulójának az egynegyede az úszást, fele pedig a kosárlabdát választotta. Hányan választották a sorversenyt, ha minden tanuló csak egy sportot választhatott? A feladathoz egy kördiagramot, vagyis egy segítő ábrát (Berends & van Lieshout, 2009) helyeztünk el a képernyő jobb felső sarkában.

A választástípusokat a következőképpen rendeztük el (ld. 2. ábra):

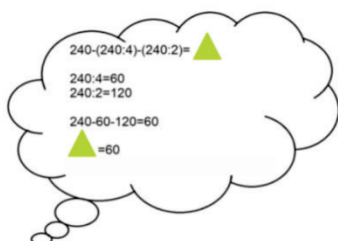
- (1) algebrai, technikailag helyes válasz
- (2) algebrai, technikailag helytelen válasz
- (3) szöveges, technikailag helyes válasz
- (4) szöveges, technikailag helytelen válasz
- (5) realiztikus válasz (Verschaffel et al., 1994 értelmezése szerint)

2. ábra

A mérőeszközben használt választástípusok

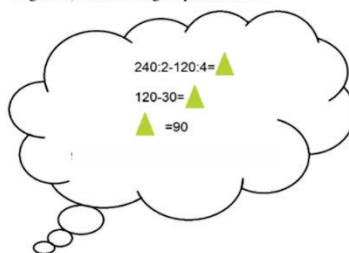
2. 1. ábra

Algebrai, technikailag helyes válasz



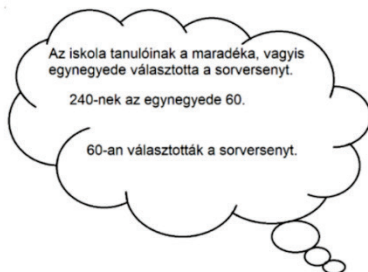
2. 2. ábra

Algebrai, technikailag helytelen válasz



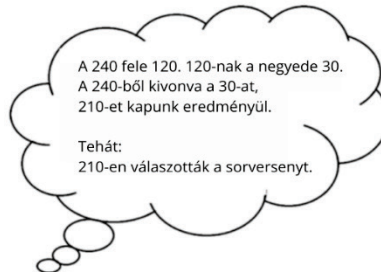
2. 3. ábra

Szöveges, technikailag helyes válasz



2. 4. ábra

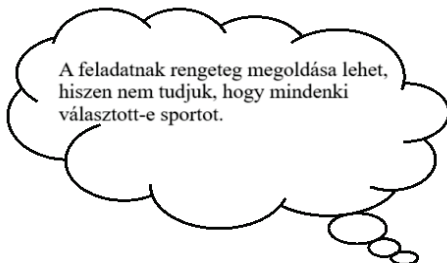
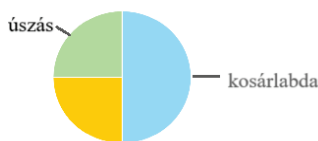
Szöveges, technikailag helytelen válasz



2.5. ábra

Realisztikus válasz

Az iskolában sportnapot tartanak. A diákok három sportág közül választhattak: úszás, kosárlabda, sorverseny. Az iskola 240 tanulójának az egynegyede az úszást, fele pedig a kosárlabdát választotta. Hányan választották a sorversenyt, ha minden tanuló csak egy sportot választhatott?



- Ez a megoldás helyes
- Ez a megoldás helytelen

Tovább

Az algebrai válaszok esetében a tanulók egy matematikai állítással találkoztak, ahol a változót egy színes háromszög jelölte. Ezt az algebrai válaszlehetőséget a 2012-es Nemzeti alaptanterv alapján íródott tankönyvi példák nyomán emeltük be a mérőeszközbe, ahol többször találkoztak a tanulók egy szöveges feladat lehetséges válaszaként egy-egy matematikai állítással. A szövegesen megfogalmazott válaszok esetében egy rövid szöveg szerepelt, ami a számítás menetét mutatta be.

A második mérés során a tavaszi vizsgálatban található szöveges feladatot használtuk változtatás nélkül. Ez alkalommal az előbb említett öt lehetséges megoldást további két lehetőséggel egészítettük ki aszerint, hogy a válasz tartalmaz-e a szöveges feladat megoldási algoritmusban megtalálható szöveges választ. Ezt a két további válaszlehetőséget olyan korábbi kutatási eredmények hívták életre, melyek kimutatták, hogy a pedagógusok véleménye szerint egy feladat magától a szöveges választól válik szöveges feladattá (Csíkos & Szitányi, 2020). Így a második mérési alkalommal a választípusaink a következőképpen alakultak:

- (1) algebrai, technikailag helyes válasz
- (2) algebrai, technikailag helytelen válasz
- (3) szöveges, technikailag helyes válasz
- (4) szöveges, technikailag helytelen válasz
- (5) algebrai, technikailag helyes válasz, szöveges válasszal kiegészítve
- (6) algebrai, technikailag helytelen válasz, szöveges válasszal kiegészítve
- (7) realizisztikus válasz (Verschaffel et al., 1994, értelmezése szerint)

Ezekkel az elemekkel kiegészítve a teszt reliabilitásmutatója (Cronbach α) 0,94.

Adatfelvétel

Matematikai képességszint mérése

A kutatás első adatfelvétele során a tanulók a matematikai képességet vizsgáló tesztet egyénileg, tableten oldották meg. Az adatfelvétel tantermi környezetben, egy tanóra keretein belül zajlott. A vizsgálat során a kutatócsoport egy tagja és az osztálytanító volt jelen. A teszt eDia felületére tanítói segítséggel jelentkeztek be a gyerekek, majd a feladatsort önállóan oldották meg.

Szemmozgáskövető vizsgálat

A második, őszi mérés az iskola egy zárt, csendes, vizuális ingerekben szegény különtermében zajlott, a szakirodalmi ajánlások alapján kidolgozott protokoll szerint (Steklács, 2019). Ezt a protokollt minden adat felvétele során szigorúan követtük. A vizsgálat során a kutatók voltak jelen, ők bonyolították le a mérést. A tanulók a tanórák idejében, egyesével vettek részt a vizsgálatban. A vizsgálat során a *Pupil Labs* cég *Pupil Core* típusú szemmozgás-vizsgáló eszközét viselték. Miután a megérkeztek a mérés helyszínére, megismerkedtek a kutatókkal és a kutatásban használt eszközökkel. A szemmozgás-vizsgáló eszköz kalibrálása közben minden, számukra szükséges információt megkaptak a kutatóktól a mérőeszközzel, az eDia felület használatáról, valamint a feladatokról. A tanulók a vizsgálat alatt kizárólag technikai segítséget kaphattak. A kutatók az adatfelvétel alatt a tanulótól távolabb helyezkedtek el, hogy ne tudjanak a mérésen résztvevők velük szemkontaktust teremteni (Steklács, 2019).

Eljárások

A kutatási kérdések megválaszolásához kevert kutatómódszertant alkalmaztunk, hiszen a vizsgálat során nyert adatokat kvantitatív módon kódoltuk, de az adatok elemzéséhez egyaránt használtunk kvantitatív és kvalitatív elemzési módszereket (Johnson & Onwuegbuzie, 2004). A szemmozgáskövetés vizsgálat felvételeit megadott kritériumok, időtartamok alapján kódoltuk dichotóm változókká.

A kvalitatív elemzéshez előre meghatározott szempontsor szerint értékeltük a kiválasztott tanulók által mutatott eredményeket. A tanulókat két szempont szerint választottuk ki: elsőként annak a két diáknak az eredményeit és szemmozgás profilját vizsgáltuk meg, akik a matematikaiképesség-mérő teszten a legjobb és a leggyengébb eredményt érték el, másodsor pedig annak a 4 tanulónak az eredményeit elemeztük, akik a realisztikus szöveges válasz megismerése után visszaléptek a korábbi válaszaikhoz.

Eredmények

Matematikaiképesség-mérés eredményei

Elsőként a matematikaiképesség-mérés eredményeit mutatjuk be. A matematikai képesség mérő teszten a tanulók átlagos teljesítménye 64,94% ($M = 43,51$; $SD = 14,33$) volt.

Az 1. táblázatban látható eredményeken látszik az a tendencia, hogy a feladatok előrehaladtával tendenciózusan romlik a tanulók teljesítménye. Ez alól kivételt a geometria témakörébe tartozó feladatok jelentenek. A romló tendencia okaként feltételezhetjük egyrészt azt, hogy a gyerekek egy része nem jutott el a sorban később következő feladatokhoz a rendelkezésre álló idő alatt, másrészt pedig azt, hogy a hosszú teszt során egyre romlott a figyelmük és a motivációjuk. A geometria témakör itemei esetében a relatíve jobb eredmények háttérében az állhat, hogy a számolósos, algebrai jellegű feladatok után a diákok motivációja megnőtt a vizuális elemeket tartalmazó geometriai feladatok láttán.

Az eredményekből leolvasható, hogy a tanulók rendelkeznek a szöveges feladatok megoldásához szükséges ismeretekkel és készségekkel: a helyiértékeket felismerik, az alpműveleteket jól alkalmazzák. Legkevésbé a kombinatorikai feladatot tudták helyesen megoldani (26,62%).

1. táblázat

Matematikaiképességszintet-mérő feladatokon elért átlagértékek

Témakör (item)	átlag (szórás)	%
műveleti fogalmak (5)	4,34 (0,92)	86,64
számok helyi értékes alakja (5)	4,27 (1,14)	85,41
alpműveletek (18)	13,24 (3,55)	78,20
műveleti sorrend (13)	9,24 (3,67)	71,14
matematika állítások (6)	2,65 (1,89)	44,23
szabályszerűségek (6)	2,13 (2,34)	35,50
geometriai ismeretek (13)	10,50 (6,05)	55,91
kombinatorika (1)	0,39 (0,49)	26,62
teljes teszt (67)	43,51 (14,33)	64,90

A teszt második részét képező szöveges feladatok lehetséges megoldásainak kiválasztásánál megfigyelt eredmények (ld. 2. táblázat) azt mutatják, hogy a tanulók többsége felismerte a helyes válaszokat, azonban a tanulók nagy aránya (40,24%, illetve 44,12%) a helytelen válaszokat is helyesnek ítélte meg. A realisztikus válaszlehetőséget a tanulók 69,31%-a ítélte helyesnek.

2. táblázat

A szöveges feladat választípusait jó megoldásnak jelölők aránya és az 50%-os találgatási szinten végzett binomiális próba eredményei

Választípus	%	p
Algebrai, technikailag helyes válasz	66,42	0,023
Algebrai, technikailag helytelen válasz	40,24	0,155
Szöveges, technikailag helyes válasz	61,20	0,148
Szöveges, technikailag helytelen válasz	44,12	0,419
Realisztikus válasz	69,31	0,008

Az 50%-os találgatási szintre végzett binomiális próba eredményei alapján elmondható, hogy az algebrai, technikailag helyes és a realisztikus válasz esetében mutatkozik szignifikáns eltérés a véletlen találgatási esélyt kifejező 50%-hoz képest. Ez azt mutatja, hogy ebben a két esetben bizonyítható a tanulók tudatos stratégiahasználat.

A matematikaiképesség-mérő teszten elért eredmények és a szöveges feladatok lehetséges válaszainak megfelelő megítélése között közepes összefüggést találtunk (ld. 3. táblázat). A korrelációelemzés során a matematikai teljesítménnyel négy lehetséges válasz mutat összefüggést. Azonban az előzőekben bemutatott binomiális próba eredményeit is figyelembe véve kizárólag az algebrai, technikailag helyes válasz esetében mondhatjuk azt, hogy valós összefüggés áll fenn a matematikai képességgel, hiszen a többi esetben nem zárhatjuk ki a találgatásos feladatmegoldást.

3. táblázat

A matematikai teljesítmény és lehetséges válaszok közti összefüggések

Lehetséges válaszok	Matematikai képesség	1.	2.	3.	4
1. Algebrai, technikailag helyes válasz	0,38**	–			
2. Algebrai, technikailag helytelen válasz	0,45**	0,76**	–		
3. Szöveges, technikailag helyes válasz	0,37**	0,41**	0,42**	–	
4. Szöveges, technikailag helytelen válasz	0,49**	0,13	0,21	0,52**	–
5. Realisztikus válasz	0,19	0,07	0,04	0,36	-0,07

Megjegyzés: ** $p < 0,01$

Szemmozgáskövető vizsgálat eredményei

A második mérés alkalmával a szemmozgáskövető vizsgálat során felvett 27 videó technikai tisztítása után 21-gyel tudtunk további elemzéseket végezni. A felvételeket három olyan szempont szerint vizsgáltuk, melyek elemzésével választ kaphatunk a kutatási kérdéseinkre: (1) a válaszadási lehetőségek közti választások; (2) a segítő ábra vizsgálata, (3) az utolsó, realisztikus válasz elolvasása és értékelése után felülvizsgálta-e és módosította-e a tanuló a korábbi válaszait.

Az első vizsgált szempont alapján azt találtuk (ld. 4. táblázat), hogy a szöveges feladat helyes megoldásának legnagyobb arányban a szöveges, technikailag helyes választ jelölték meg a tanulók (95,31%).

4. táblázat

A szöveges feladat választípusait jó megoldásnak jelölők aránya és az 50%-os találgatási szinten végzett binomiális próba eredményei a második mérés során

Lehetséges válaszok	%	p
Algebrai, technikailag helyes válasz	81,12	0,007
Algebrai, technikailag helytelen válasz	52,43	1,000
Szöveges, technikailag helyes válasz	95,31	< 0,001
Szöveges, technikailag helytelen válasz	62,20	0,383
Algebrai, technikailag helyes válasz, szöveges válasszal kiegészítve	81,12	0,007
Algebrai, technikailag helytelen válasz, szöveges válasszal kiegészítve	38,34	0,383
Realisztikus válasz	81,12	0,007

A mérés eredményeiből kiolvasható, hogy a diákok sokkal nagyobb (81,12%) arányban ítélték meg a realisztikus választ helyesnek, mint a korábbi mérés során. Azonban hiába tartották a realisztikus választ jó megoldásnak, ez mégsem volt elegendő ahhoz, hogy a korábbi válaszaikat ez alapján felülvizsgálják. Az adatok elemzése során azt találtuk, hogy öt tanuló mind a hét lehetséges választípust helyesnek jelölte. Ebből arra következtetünk, hogy ők nem tudatos megoldási stratégiát használtak a válaszadás során, hanem vagy találgatással hozták meg döntéseiket, vagy motivátlanság vezérelte őket.

Ahogy az 5. táblázatban látható, a szöveges feladat mellett elhelyezett segítő ábrát a matematikai szöveges feladattal való első találkozás során a tanulók 66,67%-a vizsgálta meg. Az ábra vizsgálatának aránya tendenciózusan csökkent. A negyedik, szöveges, de technikailag helytelen válasz esetén ennek aránya 0-ra csökkent. Azonban amint a lehetséges válaszok kiegészültek szöveges válasszal, a gyerekek 23,81%-a újra megvizsgálta a segítő ábrát.

Az adatok elemzése során azt találtuk, hogy öt tanuló mind a hét lehetséges választípust helyesnek jelölte. Ebből arra következtetünk, hogy ők nem tudatos megoldási stratégiát használtak a válaszadás során, hanem vagy találgatással hozták meg döntéseiket, vagy motivátlanság vezérelte őket.

5. táblázat

A segítő ábra vizsgálatának aránya

Lehetséges válaszok	%
Algebrai, technikailag helyes válasz	66,67
Algebrai, technikailag helytelen válasz	9,50
Szöveges, technikailag helyes válasz	9,50
Szöveges, technikailag helytelen válasz	0,00
Algebrai, technikailag helyes válasz, szöveges válasszal kiegészítve	23,81
Algebrai, technikailag helytelen válasz, szöveges válasszal kiegészítve	18,91
Realisztikus válasz	9,50

A kvalitatív vizsgálat eredményei

A szemmozgásvizsgálatban is részt vett tanulók feladatmegoldásának egyéni jellemzőit további kvalitatív elemzéssel vizsgáltuk. Elsőként két tanulót választottunk ki a mintából a mért matematikai képesség alapján; a második elemzési csoportba pedig azok a tanulók kerültek, akik visszaléptek a korábbi megoldásaikhoz. Az elemzés során korábban felállított szempontsor alapján értékeltük a tanulók által kapott adatokat:

- (1) milyen pontokon és milyen mértékben mutatkoznak eltérések a tanulók matematikai-képesség-mérő teszten nyújtott teljesítményében;
- (2) az előzőek mentén milyen minták rajzolódnak ki a szemmozgáskövető vizsgálat eredményeiben.

Az első szempont alapján kiválasztott tanulók a matematikaiképesség-vizsgáló teszten 98,50%-os (*T1*) és 37,31%-os (*T2*) teljesítményt értek el. A matematikaiképesség-vizsgálat során elért eredményeken látható (ld. 6. táblázat), hogy a legszembetűnőbb különbség a két tanuló között az, hogy *T2* nem tudta befejezni a feladatsort a rendelkezésre álló idő alatt. Az utolsó kettő, a geometria és a kombinatorika témaköreit felölelő feladathoz nem kezdett hozzá. *T1* kizárólag az alapműveleti ismeretek mérésében nem érte el a maximális pontszámot, egy hibája volt, a többi feladatot időben, hibátlanul meg tudta oldani. *T2* ezzel szemben kizárólag a műveleti fogalmakat tudta helyesen azonosítani. A háttéradatok elemzése azt mutatja, hogy a *T2* számára az alapműveletek megoldásában a kivonás és szorzás műveletek okoztak nehézséget. A matematikai állítások esetén a felírt matematikai problémát helyesen megoldotta, azonban a számegyenesen azt már hibásan jelölte.

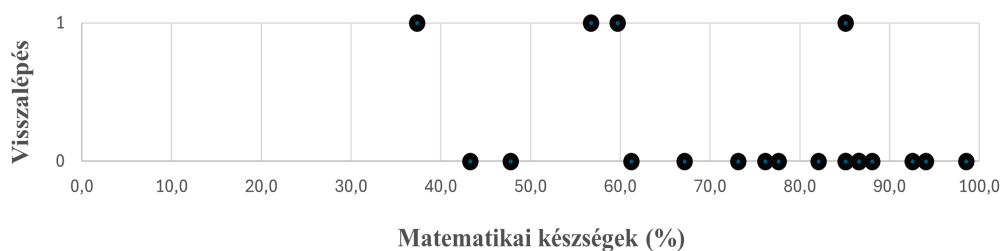
A szemmozgásvizsgálat során azt találtuk, hogy a lehetséges válaszok közül *T1* és *T2* is helyes válasznak ítélte meg a realisztikus választ. A helytelen válaszokat is mindketten felismerték. A segítő vizuális reprezentáció vizsgálata során *T1* hét alkalomból az első öt alkalommal megvizsgálta azt, *T2* azonban kizárólag az első két esetben. A szöveges feladatok elolvasása során *T1* a 7 alkalomból mindössze kétszer nem olvasta el a feladatot, míg *T2* kizárólag az első 3 alkalommal vizsgálta meg a szöveges feladat szövegezését. A szöveges feladat megoldására adott válaszokat csak *T2* vizsgálta felül a realisztikus válasz ismeretében, de ő sem javított azokon utólag.

6. táblázat*A két kiválasztott tanuló részeredményei a matematikai képességek vizsgálatában*

Témakörök (item)	T1 pontszáma	T1 %	T2 pontszáma	T2 %
Műveleti fogalmak (5)	5	100,00	5	100,00
Számok helyi értékes alakja (5)	5	100,00	4	80,00
Alapműveletek (18)	17	94,43	9	50,00
Műveleti sorrend (13)	13	100,00	4	30,76
Matematikai állítások (6)	6	100,00	3	50,00
Szabályszerűségek (6)	6	100,00	0	0,00
Geometriai ismeretek (13)	13	100,00	–	–
Kombinatorika (1)	1	100,00	–	–
Összesen	66	98,50	25	37,31

Elemzésünk második kategóriájába a *visszalépés* változó alapján azok a tanulók kerültek, akik visszaléptek az online teszten, és felülvizsgálták saját válaszaikat. A négy tanuló közé az előbb bemutatott *T2* tanuló is beletartozik. A matematikai képességet mérő teszten a tanulók a következőképpen teljesítettek: a legjobban teljesítő tanuló, *T3*, 85,07%-ot ért el. Két közepesen teljesítő tanuló lépett vissza a korábbi válaszaikhoz: *T4* (59,74%) és *T5* (56,71%). A 21 vizsgált tanuló közül, mint már korábban írtuk, *T2* rendelkezik a leggyengébb matematikai készségekkel, a teszten elért eredménye 37,31%. A négy tanuló közül egyedül ő nem tudta megoldani a rendelkezésre álló idő alatt az összes feladatot.

A 3. ábra mutatja a visszalépő és nem visszalépő tanulók matematikai képesség-mérő teszten mutatott eredményeit. A 21 tanulóból mindössze négy lépett vissza a korábban adott válaszaira. A visszalépő, önellenőrzést végző tanulók eredményei a matematikai képesség-mérő teszten nagy szórást mutatnak, teljesítményük alapján nem tudunk általános következtetéseket levonni.

3. ábra*A tanulók eredménye a matematikai készségek és a feladatlapon való visszalépés változó függvényében*

T2, *T5* és *T3* tanulók a realisztikus válasz olvasása után visszaléptek a sorban előtte álló, algebrai, technikailag helytelen, de szöveges válasszal kiegészített válaszaikra. A döntésüket tehát

felülvizsgálták, de nem változtatták meg. A négy tanuló közül *T4* változtatta meg korábbi döntését. *T4* tanuló azonban nem a realiztikus válasz után lépett vissza, hanem a szöveges, technikailag helyes válasz után. A szemmozgáskamera által rögzített videón látható, hogy a mérőeszközben szereplő algebrai, technikailag helytelen választ jónak jelöli. Ezt követően tovább lép a szöveges, technikailag helyes válaszra, ahol a szöveg feldolgozása során megérti az eredmény magyarázatát, visszalép az előző diára, és módosítja a választát, így már helyesen jelöli meg azt rossznak.

A 7. táblázatban látható, hogy a négy vizsgált tanuló közül *T3*, *T4* és *T5* a műveleti fogalmakat, a számolási alpműveleteket és a számok helyi értékes alakját biztosan felismerik. A legnagyobb nehézséget a geometriai ismeretek és a kombinatorika tudáselemek okozták. A szabályok felismerésében *T2* és *T5* tanulóknak vannak nehézségei.

7. táblázat

A négy visszalépő tanuló részeredményei és azok százalékos értéke a matematikai képesség vizsgálatában

Témakör (item)	T3 elért pont	T3 %	T4 elért pont	T4 %	T5 elért pont	T5 %	T2 elért pont	T2 %
műveleti fogalmak (5)	4	80,00	4	80,00	4	80,00	5	100,00
számok helyi értékes alakja (5)	5	100,00	5	100,00	3	60,00	4	80,00
alpműveletek (18)	14	77,77	16	88,88	15	83,33	9	50,00
műveleti sorrend (13)	11	84,61	6	46,15	9	69,23	4	30,76
matematikai állítások (6)	5	83,33	0	0,00	3	50,00	3	50,00
szabályszerűségek (6)	6	100,00	4	66,66	0	0,00	0	0,00
geometriai ismeretek (13)	11	84,61	5	38,46	4	30,76	–	–
kombinatorika (1)	1	100,00	0	0,00	0	0,00	–	–
teljes teszt	57	85,07	40	59,74	38	56,71	25	37,31

A négy tanuló második mérőeszközön elért eredménye azt mutatta, hogy a hét lehetséges választípusból kizárólag a technikailag helyes, szöveges választ jelölték meg megfelelően. A realiztikus választ csak *T3* ítélte meg helytelen válaszlehetőségnek.

A feladattal való első találkozáskor mind a négy tanuló elolvasta a szöveget, a segítő ábrát *T2* kivételével mindegyikük megvizsgálta. Második alkalommal változatlanul elolvasták a feladat szövegét, de az ábrát ekkor csak *T2* vizsgálta meg. Feltételezhető, hogy a válaszában nem volt biztos, és megerősítést keresett a segítő ábrán.

Diszkusszió

Kutatásunk legfőbb eredményeként azt említjük, hogy további bizonyítékokat találtunk arra, hogy az alsó tagozatos tanulók mereven ragaszkodnak az általuk kialakított megoldási algoritmushoz, a megoldási folyamat során nem alkalmazzák az önmonitorozást és önkorrekciót mint

metakognitív stratégiákat. A tanulók korlátozottan hajlandók vagy képesek figyelembe venni a feladathoz tartozó segítő vizuális reprezentációt.

A kutatásunk során három kérdésre kerestünk választ. Elsőként azt vizsgáltuk, hogy a szóveges matematikai feladatok esetében a különböző típusú válaszokból melyiket választják a tanulók helyesnek. Az eredményeink alapján elmondhatjuk, hogy a tanulók jól meg tudták ítélni a válaszok helyes vagy hibás voltát. Az első vizsgálaton a legtöbben a realisztikus választ jelölték helyesnek, míg a második, már bővített lehetőségek közül a szóveges, technikailag helyes választ. Mindkét válasz esetében hasonlóság volt, hogy rövid szóveggel magyarázzák a probléma megoldását. A tanulók inkább jó megoldásnak tekintik a szóveges magyarázatot, mint a matematika nyelvén adott problémamegoldást. Ezek a válaszok egy gondolkodási folyamat szóvegben való megnyilvánulásai, aminek olvasásával a tanulók könnyebben tudják az ok-okozati összefüggéseket, logikai lépéseket követni, mint a matematika nyelvén felírt problémamegoldást. Ez egybeesik Nathan és Koedinger (2000) kutatási eredményeivel, miszerint a tanulók nagyobb arányban oldják meg a verbális problémákat, mint az algebrai módon megjelenő matematikai feladatokat. Ennek oka az életkori sajátosságokban rejlik, hiszen szóveges magyarázat, a verbalitás a 3. osztályos korú tanulók számára könnyebben érthető, mint az absztrahált matematikai állítások értelmezése (Nagy, 1998).

Eredményeink azt mutatják, hogy a tanulók nem tartják a jó megoldás egyik feltételének azt, hogy a válaszban szerepeljen szóveges válasz. Ez némi rugalmasságra enged következtetni az öt lépéses algoritmus tekintetében, melyben a szóveges válasz adása – alkalmazkodva a magyar didaktikai hagyományhoz és ahhoz a sok tanítóban meglévő nézethez (Csikos & Sztányi, 2020), miszerint a szóveges feladatot a szóveges válasz teszi igazán szóvegessé – elengedhetetlen része a szóvegesfeladat-megoldásnak. Azonban a szóveges válasz megjelenésekor többen a megoldás elolvasása után újra megvizsgálták a feladat melletti segítő ábrát. Vagyis a szóveges válasz megjelenése a megoldásban a probléma újraértelmezésére, újragondolására készítette a tanulókat.

A matematikai képesség és a szóveges, technikailag helyes válasz között találtunk valódi összefüggést. Vagyis minél jobb matematikai készséggel rendelkezik egy tanuló, annál inkább tudta helyesen megítélni a szóveges, technikailag helyes választ.

Kutatásunk második kérdésében arra kerestük a választ, hogy hogyan, és egyáltalán módosítják-e a választásukat a diákok, és hogy milyen matematikai készségekkel rendelkező diákok alkalmazzák az önellenőrzést. A szemmozgás-követéses vizsgálat által kapott adatok azt mutatták, hogy mindössze négy tanuló lépett vissza a realisztikus szóveges válasz értelmezése után, hogy felülvizsgálja a korábban adott válaszait. A négy tanulóból hárman közepes szintű matematikai készségekkel rendelkeznek. A kapott adatok kvalitatív elemzése során azt találtuk, hogy az elemzéshez kiválasztott két tanuló közül a gyengébb matematikai készséggel rendelkező tanuló lépett vissza és végzett önellenőrzést, de a választ nem módosította. A korábban adott válaszok felülvizsgálata eredhet abból, hogy nem biztos a helyesnek ítélt válaszában. A jó matematikai készséggel rendelkező tanulók esetében azt találtuk, hogy nem használják a segítő ábrát a megoldásuk megtalálásához, teljesen figyelemén kívül hagyják azt. Emellett ezek a tanulók egy újabb lehetséges megoldás ismeretében sem gondolják át vagy bírálják felül a korábban hozott döntéseiket. Azt feltételezhetjük, hogy jó matematikai eredményekkel rendelkező tanulók matematikai attitűdje és metakognitív tudása magabiztossá teszi őket a választási helyességének megítélésében (Kelemen et. al., 2005).

Harmadik kérdésünkben arra kerestük a választ, hogy hogyan, és egyáltalán használják-e a tanulók a feladat részeként megjelenő segítő vizuális reprezentációt a feladatmegoldáshoz. A szemmozgás-követéses vizsgálat során azt az eredményt kapuk, hogy a diákok 33%-a már az első alkalommal sem vizsgálta meg az ábrát, annak ellenére, hogy azzal közelebb jutottak

volna a matematikai probléma megoldásához. Ez az eredmény további bizonyítékkal szolgál a korábbi kutatási eredményekhez, melyek felhívják figyelmünket arra, hogy a tanulók nem fordítanak kellő figyelmet a szöveg mellett elhelyezett ábrákra (Dewolf et al., 2015; Csíkos et al., 2010).

Összességében kutatásunk azt az eredményt hozta, hogy az alsós korosztályban a tanulók ismert, megszokott feladatmegoldási algoritmusa csak ritka esetekben engedi meg számukra a feladatmegoldási folyamatra vonatkozó olyan reflexiót, amely a megoldás felülvizsgálatát, esetleg módosítását eredményezné. Ragaszkodnak a hagyományos megoldástípusokhoz. Ezek az eredmények további bizonyítékot szolgáltatnak a tanulók rugalmatlan stratégiahasználatára egy matematikai szöveges feladat problémájának megoldása során.

A kutatásunknak több jelenség is korlátokat szabott. Az adatrögzítés nem reprezentatív mintán zajlott, így az eredmények általánosíthatósága nem biztosított. A kutatás korlátai közé tartozik az is, hogy a szemmozgásvizsgálat kis mintán zajlott, és a felvételek tisztítása során a mintanagyság tovább csökkent, az eredmények statisztikai elemzése így korlátokba ütközött. Végül a jövőben további kutatásokban a feladatokhoz generált válaszlehetőségeket is lehet még tovább differenciálni, hogy még átfogóbb és részletesebb ismereteink legyenek a kisiskoláskori feladatmegoldási algoritmusok használatáról. Ezek mellett egy későbbi kutatás során interjú módszerrel érdemes lenne megvizsgálni, hogy a tanítók és a tanulók hogyan vélekednek a kutatásban megismert lehetséges választípusokról.

Az oktatási gyakorlat számára kihívást jelent a tanulók stratégiahasználatának rugalmassá tétele. A kutatás eredményei rávilágítanak arra, hogy ehhez a pedagógusoknak több megoldási algoritmussal kell megismertetni a gyerekeket, matematikai készségük, a feladat nehézsége és annak típusa alapján. Ezek mellett a gyakorlat részévé kellene tenni a korábbi döntéseink felülvizsgálatának módszerét, a hibákból való tanulást, valamint a hibák rugalmas kezelését. Ezzel elérhetjük, hogy a tanulók stratégiahasználatuk rugalmasabb legyen, és elmozduljon a korán kialakult, merev algoritmushasználatról.

Köszönetnyilvánítás

A kutatást az MTA Közoktatás-fejlesztési Kutatási Programja támogatta.

Irodalom

- Bereczki, I., Biró, F., Turzó-Sovák, N., Szitányi, J., & Csíkos, Cs. (2024). Action research on and for word problem solving: How can Pólya's problem-solving steps interpreted and enriched in an elementary school? [Manuscript submitted for publication].
- Berends, I. E., & van Lieshout, E. C. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction*, 19(4), 345–353.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.06.012>
- Bóna, J., & Steklács, J. (2020). A hangos olvasás hibajavításának mintázatai szemkamerás és akusztikai, fonetikai vizsgálatok tükrében: Egy 4. osztályosok körében végzett pilotvizsgálat tapasztalatai. *Anyanyelv-pedagógia*, 13(1), 19–34. <https://doi.org/10.21030/anyp.2020.1.2>
- Boonen, A. J., Reed, H. C., Schoonenboom, J., & Jolles, J. (2016). It's not a math lesson – we're learning to draw! Teachers' use of visual representations in instructing word problem solving in sixth grade of elementary school. *Frontline Learning Research*, 4(5), 55–82.
<https://doi.org/10.14786/flr.v4i5.245>
- Csapó, B., & Molnár, G. (2019). Online diagnostic assessment in support of personalized teaching and learning: The eDia system. *Frontiers in Psychology*, 10, 1522.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01522>

- Csíkos, C. (2003). Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10-11 éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia*, 103(1), 35–55.
- Csíkos, C. (2022). Metacognitive and non-metacognitive processes in arithmetic performance: Can there be more than one meta-level? *Journal of Intelligence*, 10(3), 53.
<https://doi.org/10.3390/jintelligence10030053>
- Csíkos, C., & Sztányi, J. (2020). Teachers' pedagogical content knowledge in teaching word problem solving strategies. *ZDM*, 52(1), 165–178. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01115-y>
- Csíkos, C., Sztányi, J., & Kelemen, R. (2010). Vizuális reprezentációk szerepe a matematikai problémamegoldásban. Egy 3. osztályos tanulók körében végzett fejlesztő kísérlet eredményei. *Magyar Pedagógia*, 110(2), 149–166.
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Op't Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 687–726). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-012109890-2/50050-0>
- Dewolf, T., van Dooren, W. I. M., & Verschaffel, L. (2015). Mathematics word problems illustrated: An analysis of Flemish mathematics textbooks. *Mediterranean Journal of Educational Research*, 17, 17–42.
- Fonseca, B. A., & Chi, M. T. (2011). Instruction based on self-explanation. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 296–321). Routledge.
- Gonda, Zs., & Steklács, J. (2019). Digitális szövegek olvasási folyamatának vizsgálata szemmozgáskövetéssel. In J. Steklács (Ed.), *Szemkamerás vizsgálatok a pedagógiai kutatásban: Tanulmánykötet* (pp. 51–68). Kaposvári Egyetem Pedagógiai Kar.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18–32. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.87.1.18>
- Hódi, Á., Adamikné Jászó, A., Józsa, K., Ostorics, L., & Sejtes Györgyi, Z. (2015). Az olvasás-szövegértés alkalmazási dimenziójának online diagnosztikus értékelése. In B. Csapó, J. Steklács, & G. Molnár (Eds.), *Az olvasás-szövegértés online diagnosztikus értékelésének tartalmi keretei* (pp. 105–191). Oktatókutatató és Fejlesztő Intézet.
- Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33(7), 14–26.
<https://doi.org/10.3102/0013189X033007014>
- Kelemen, R. (2010). *A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség vizsgálata többségi és tanulásban akadályozott 9-13 éves tanulók körében* [Doktori disszertáció, Szegedi Tudományegyetem]. SZTE Doktori Repozitórium. <https://doktori.bibl.u-szeged.hu/id/eprint/9345>
- Kelemen, R., Csíkos, C., & Steklács, J. (2005). A matematikai problémamegoldást kísérő metakognitív stratégiák vizsgálata a hangosan gondolkodtatás és a videomegfolygelés eszközeivel. *Magyar Pedagógia*, 105(4), 343–358.
- Levie, W. H., & Lentz, R. (1982). Effects of text illustrations: A review of research. *Educational Communication and Technology*, 30, 195–232. <https://doi.org/10.1007/BF02765184>
- Maródi, Á. (2013). A tankönyvi képek és illusztrációk szerepe az oktatásban. *Belvedere Meridionale*, 25(4), 101–107. <https://doi.org/10.14232/belv.2013.4.7>
- Nagy, J. (1998). A kognitív képességek rendszere és fejlődése. *Iskolakultúra*, 8(10), 3–21.
- Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and researchers' beliefs about the difficulty of algebraic transformations. *Journal of Mathematical Behavior*, 19(4), 399–427.
- OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. OECD Publications. <https://doi.org/10.1787/9789264006416-en>
- Pintér, K. (2021). Szöveges feladatok tanításának új módszerei. *Módszertani Közlemények*, 61(3), 95–112.
- Pólya, Gy. (1957). *A gondolkodás iskolája*. Bibliotheca.
- Rayner, K., Chace, K. H., Slattery, T. J., & Ashby, J. (2006). Eye movements as reflections of comprehension processes in reading. *Scientific Studies of Reading*, 10(3), 241–255.
https://doi.org/10.1207/s1532799xssr1003_3

- Steklács, J. (2019). A szemkamerás vizsgálati módszer lehetőségei a pedagógiai szempontú kutatásokban. In J. Steklács (Ed.), *Szemkamerás vizsgálatok a pedagógiai kutatásban: Tanulmánykötet* (pp. 5–23). Kaposvári Egyetem Pedagógiai Kar.
- 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról. (2012). *Magyar Közlöny*, 10635–10848.
- Szendrei, J. (2005). *Gondolod, hogy egyre megy?* Typotex Kiadó.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4(4), 273–294.
[https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90002-7](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90002-7)
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (Eds.). (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.
- Wright, P. (2021). Transforming mathematics classroom practice through participatory action research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 155–177.
<https://doi.org/10.1007/s10857-019-09452-1>

ABSTRACT

ELEMENTARY STUDENTS' (IN)FLEXIBLE STRATEGY USE IN WORD PROBLEMS AS REVEALED BY EYE-TRACKING

Nikolett Turzó-Sovák, Fanni Biró & Csaba Csíkos

Keywords: eye tracking, mathematical word problems, elementary school, problem solving, problem solving strategies

The mathematical thinking and performance of students is crucial for their school success. Although there are numerous standardized tests to measure mathematical performance (which include skills, content knowledge, and strategies), research focused on measuring the use of strategies by students during mathematical problem solving has garnered particular attention in recent decades. Using elementary school mathematical word problems, a wealth of evidence has already been gathered regarding students' inflexible and ineffective strategy use. Elementary school students tend to adhere strongly to prescribed patterns or algorithms (Csíkos & Sztányi, 2020) when solving word problems. Various solution strategies employed by students can be detected through different methods, including eye tracking (Strohmeier et al., 2020). In our research, we sought to determine how flexible students are in their strategy use when solving mathematical word problems. Our results indicate that students rigidly cling to their previously made decisions, not changing them even when a new possible solution is presented. Based on the results of the eye movement study, we can say that students often do not examine the illustration beside the answer, even though it would aid them in responding. These findings could be important elements in expanding the methodological aspects of mathematics teaching. Educators might place greater emphasis on helping students reconsider their previously made responses, deemed “good”, after learning about alternative, broader interpretations.

Turzó-Sovák Nikolett:  <https://orcid.org/0000-0002-0465-2730>

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Tanító- és Óvóképző Kar

H-1126 Budapest, Kiss János altábornagy u. 40.

sovak.nikolett@tok.elte.hu

Biró Fanni:  <https://orcid.org/0000-0003-0958-0948>

Szegedi Tudományegyetem Neveléstudományi Intézet

H-6722 Szeged, Petőfi S. sgt. 32–34.

fanni.biro@gmail.com

Csikos Csaba:  <https://orcid.org/0000-0003-3328-5535>

Szegedi Tudományegyetem Neveléstudományi Intézet

H-6722 Szeged, Petőfi S. sgt. 32–34.

csikoscs@edpsy.u-szeged.hu